

Eine Beziehung zwischen Energie und Reichweite für Beta-Strahlen kleiner und mittlerer Energie

Von ARNOLD FLAMMERSFELD

Aus dem Kaiser-Wilhelm-Institut für Chemie, Tailfingen

(Z. Naturforschg. 2a, 370–375 [1947]; eingegangen am 9. April 1947)

Von Elektronen kleiner und mittlerer Energie, die von einigen isomeren Atomarten und β -Strahlern herrührten, wurden die maximalen Reichweiten gemessen. Die Ergebnisse lassen sich zusammen mit den genauesten Werten der Reichweiten von Elektronen großer Energie durch eine Formel $E = 1,92\sqrt{R^2 + 0,22R}$ darstellen, die sowohl das quadratische wie das lineare Gebiet enthält und den ganzen Bereich von 0 bis 3 MeV gleichmäßig gut wiedergibt.

Die einfachste Methode, die maximale Energie eines β -Spektrums zu bestimmen, besteht darin, die Reichweite der β -Strahlen in einer leichtatomigen Substanz (meistens Aluminium) aufzunehmen und aus einer Beziehung zwischen Reichweite und Energie auf die letztere zu schließen. Obwohl dieser Methode nur eine mäßige Genauigkeit zukommt, ist man doch in sehr vielen Fällen auf sie angewiesen, sei es, daß die Intensität oder die Reinheit der Präparate für Untersuchungen im magnetischen Spektrographen nicht ausreicht, oder daß die Zeit hierfür nicht zur Verfügung steht. So geht z. B. aus dem letzten Bericht über künstliche Radioaktivität von Seaborg¹ hervor, daß bei rund 45% aller bisher bekannten künstlichen Aktivitäten nur Werte der Strahlenenergie zur Verfügung stehen, die nach der Absorptionsmethode gewonnen worden sind.

Die Ermittlung der Energie erfolgt also in zwei Vorgängen: 1. muß die Reichweite bestimmt werden, indem zwischen dem Präparat und einem Nachweisinstrument für β -Strahlen, meistens einem Geiger-Müller-Zählrohr, so lange Absorptionsfolien eingeschaltet werden, bis im Nachweisgerät keine Ionisation durch β -Strahlen mehr nachweisbar ist. 2. muß die Energie aus der so gewonnenen Reichweite ermittelt werden. Für große Energien ($E > 0,7$ MeV) steht hierzu die Feathersche Formel zur Verfügung, während für kleine und mittlere Energien (0 bis 0,7 MeV) noch keine geeignete Formel angegeben worden ist. Sowohl die Ermittlung der Reichweite wie die Anwendung der Energie-Reichweite-Beziehung ist mit gewissen Schwierigkeiten verknüpft, auf die im folgenden kurz eingegangen werden muß.

Ermittlung der Reichweite

Die wahre Reichweite. Es sind nicht weniger als vier verschiedene Definitionen von Reichweiten in Gebrauch². Die eindeutigste und für die theoretische Behandlung des Energieverlustes von β -Strahlen in Materie wichtigste ist die sogenannte „wahre Reichweite“. Die Reichweite-Messungen bei β -Teilchen werden nämlich dadurch sehr kompliziert, daß das Teilchen auf seiner Bahn außer den Energieverlusten auch noch starke Streuungen erleidet, die bewirken, daß die Bahn des Teilchens keine Gerade ist, sondern aus mehr oder weniger stark gekrümmten Kurvenstücken besteht. Die durch stückweise Ausmessung der Bahn erhaltene Länge ist die „wahre Reichweite“, sie stellt den Weg dar, den das Elektron in der Materie bis zu seiner vollständigen Abbremsung wirklich zurückgelegt hat. Leider ist diese Reichweite nur in der Wilson-Kammer direkt messbar, in der der Weg des Elektrons stereophotographiert und dann räumlich ausgemessen werden kann. Die geringen Dimensionen einer normalen Wilson-Kammer bedingen, daß die wahren Reichweiten nur für Elektronen kleiner Energie bekannt sind. Bemerkt werden muß noch, daß die wahre Reichweite bei Elektronen homogener Energie statistischen Schwankungen unterworfen ist, die bis zu 30% betragen können; daher ist noch die Angabe der „mittleren wahre Reichweite“ üblich; da ferner die Reichweitenverteilungskurve homogener Elektronen nicht symmetrisch ist, kommt noch die Angabe der

¹ G. T. Seaborg, Rev. mod. Physics 16, 1 [1944]

² Vergl. W. Bothe, Handbuch der Physik 22, [1933].

„wahrscheinlichsten (häufigsten) wahren Reichweite“ vor, die im allgemeinen nicht mit der mittleren zusammenfällt.

Bei Messungen, bei denen der Durchgang von Elektronen durch Folien gewisser Dicken untersucht wird, hat die wahre Reichweite keine direkte Bedeutung, da die Elektronen wegen der gekrümmten Bahn meistens einen wesentlich größeren Weg als die Foliendicke zurückgelegt haben müssen, um aus der Folie heraustreten zu können. Hier werden daher zweckmäßig andere Definitionen der Reichweiten benutzt.

Grenzdicke. Unter der Grenzdicke versteht man nach Lenard diejenige Schichtdicke, welche die gegebene Strahlgeschwindigkeit bei „Normallauf“ (vollständige Diffusion) und bei den maximal vertretenen Geschwindigkeitsverlusten zu Null reduziert. Die Grenzdicke sollte also gerade die Dicke darstellen, die β -Strahlen der betreffenden Energie nicht mehr durchlassen; wahrscheinlich infolge der von Lenard und Becker³ gegebenen Zahlenwerte als Funktion der Energie wird aber die Grenzdicke für die hier besprochenen Zwecke nicht benutzt.

Praktische Reichweite. Eine andere ausgezeichnete Schichtdicke bestimmten Wilson⁴, Varder⁵ und Schonland⁶. Diese Autoren zeigten, daß für leichtatomige Substanzen, etwa Aluminium, die Ionisationswirkung homogener Elektronenstrahlen beim Durchgang durch wachsende Schichtdicken über gewisse Bereiche fast linear abnimmt (Abb. 1a). Erst wenn die Ionisationswirkung auf einen kleinen Teil des Anfangswertes abgefallen ist, tritt starke Krümmung im Kurvenverlauf ein. Indem man von dem nahezu geradlinigen Teil der Kurve auf die Ionisation Null extrapoliert, kommt man zu einer Schicht, die als „praktische Reichweite“ bezeichnet wird. Schonland, Varder, Magdwick⁷ und Eddy⁸ haben für Kathodenstrahlen und homogene β -Strahlen die „praktische Reichweite“ von 0 bis 3 MeV ge-

messen. Leider ist der Gebrauch der praktischen Reichweite durch folgenden Mangel erschwert: Normalerweise bekommt man den linearen Verlauf nur bei Verwendung der Ionisationskammer als Nachweisinstrument, während heute bei der künstlichen Radioaktivität fast allgemein das Zählrohr verwendet wird, welches lange nicht so geradlinige Kurven ergibt, wie sie zur Extrapolation benötigt werden. Zweitens soll die maximale Energie meistens bei den β -Strahlen eines kontinuierlichen Spektrums bestimmt werden, die also keine einheitliche Geschwindigkeit haben. Bei der-

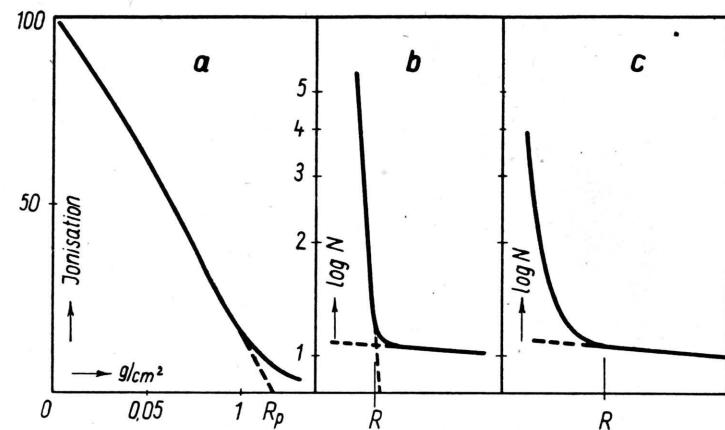


Abb. 1. Definitionen der Reichweite.
a: Praktische Reichweite. b: Maximale Reichweite (Baschitz).
c: Maximale Reichweite (Feather).

artigen Aufgaben versagt der Begriff der praktischen Reichweite.

Maximale Reichweite. In Anbetracht dieser Sachlage bleibt für kontinuierliche β -Spektren, die ja eine definierte obere Grenze aufweisen, nichts anderes übrig, als das Ende der Absorptionskurve der β -Strahlen zu nehmen, d. h. den Punkt, wo die Absorptionskurve in den wesentlich weniger absorbierbaren Untergrund einmündet, und die zugehörige Absorberschicht als „maximale Reichweite“ R zu definieren⁹ (Abb. 1c). Ein solcher Punkt läßt sich mit erträglicher Genauigkeit festlegen, obwohl er grundsätzlich von der Meßgenauigkeit abhängen muß. Verschiedene Autoren untersuchten die Bedingungen, unter denen die maximale Reichweite reproduzierbar

³ P. Lenard u. A. Becker, Handbuch der Experimentalphysik 14, 134 [1927].

⁴ W. Wilson, Proc. Roy. Soc. [London] (A) 82, 612 [1909].

⁵ R. W. Varder, Philos. Mag. J. Sci. 29, 726 [1915].

⁶ B. F. J. Schonland, Proc. Roy. Soc. [London] (A) 104, 235 [1923]; 108, 187 [1925].

⁷ E. Magdwick, Proc. Cambridge philos. Soc. 23, 970 [1927].

⁸ C. E. Eddy, Proc. Cambridge philos. Soc. 25, 50 [1929].

⁹ J. A. Chalmers, Proc. Cambridge philos. Soc. 25, 331 [1929].

gemessen werden kann. Feather¹⁰ schlägt eine Standardanordnung von Zählrohr, Absorber und Präparat vor, bei der die Folien immer direkt auf das Präparat zu legen sind, wodurch sich eine genügende Genauigkeit erzielen läßt. Baschowitz¹¹ empfiehlt, die maximale Reichweite wie folgt zu definieren: Der letzte Teil der Absorptionskurve in logarithmischer Auftragung stellt bei ihren Versuchen eine Gerade dar, die, verlängert, mit der Absorptionskurve des Untergrunds einen Schnittpunkt liefert, der als maximale Reichweite genommen werden soll (Abb. 1b). Nach eigenen Erfahrungen ist es aber sehr schwierig, zu entscheiden, welchen Teil der Kurve man als geradlinig zur Extrapolation zu betrachten hat. Ferner machte Baschowitz Versuche über den Einfluß der Versuchsanordnung und kommt zu folgenden Schlüssen: 1. R hängt nicht ab von der Intensität des verwendeten Präparates. 2. R hängt schwach ab vom Abstand Zählrohr—Präparat. 3. Mit kanalisierten Strahlen wird R etwas größer als mit nicht kanalisierten Strahlen. 4. Wenn ein nennenswerter γ -Untergrund vorhanden ist, wird R kleiner gemessen (z. B. gibt $R_a D + E$ kleinere Reichweite als reines $R_a E$).

Beziehung zwischen Energie und Reichweite

Eine formelmäßige Beziehung zwischen E und R , die das gesamte Energiegebiet zwischen 0 und einigen MeV umfaßt, fehlte bisher. Für die wahre Reichweite R_w hat Bohr¹² eine Formel angegeben, die folgendermaßen lautet:

$$R_w = C[(1 - \beta^2)^{1/2} + (1 - \beta^2)^{-1/2} - 2]. \quad (1)$$

Darin ist R_w die Reichweite in g/cm^2 , $\beta = v/c$ die Geschwindigkeit der Elektronen in Bruchteilen der Lichtgeschwindigkeit und C eine Konstante. Diese Formel soll den ganzen Energiebereich darstellen, sie ist aber in zwei Punkten unzulänglich. Einmal soll sie nur für die wahren Reichweiten gelten, die oberhalb 50 KeV kaum noch zu messen sind. Versucht man trotzdem, die praktische Reichweite mit dieser Formel darzustellen, so ist man andererseits genötigt, die Kon-

¹⁰ N. Feather, Proc. Cambridge philos. Soc. **34**, 599 [1938].

¹¹ A. Baschowitz, J. Physique Radium **7**, 37 [1936]; **9**, 120 [1939].

¹² N. Bohr, Philos. Mag. J. Sci. **25**, 10 [1913]; **30**, 581 [1915].

stante C für verschiedene Energiebereiche verschieden anzunehmen. Diese wäre $C = 0,6$ bei 10 KeV, 0,4 bei 130 KeV und 0,26 bei 3 MeV, so daß die Formel für die praktische Benutzung nicht brauchbar ist. Immerhin kann man aus ihr zwei Grenzfälle für kleine und große Energien ableiten, die für den Vergleich mit der Erfahrung wichtig sind: für kleine Energien ($\beta \ll 1$) ergibt sich Proportionalität mit dem Quadrat der Energie:

$$R \approx \beta^4 \approx E^2 \text{ (Whiddingtonsches Gesetz),}$$

für große Energien kann man das erste Glied vernachlässigen und erhält eine lineare Beziehung:

$$R = c_1 E - c_2.$$

Die Proportionalität der wahren Reichweite mit E^2 wird im Gebiet 0 bis 50 KeV gut bestätigt, wie z. B. die Zusammenstellung zahlreicher Untersuchungen bei v. Droste¹³ zeigt. Die Proportionalität mit E im Gebiet großer Energien scheint auch für die praktische und die maximale Reichweite gut erfüllt zu sein, sie bildet die Grundlage für die Feathersche Formel.

Reichweiten oberhalb 0,7 MeV. Feather¹⁴ hat 1930 die Konstanten der linearen Beziehung möglichst genau bestimmt und folgenden Zusammenhang zwischen maximaler Reichweite R in g/cm^2 und der maximalen Energie E (MeV) angegeben:

$$R = 0,511 E - 0,091. \quad (\text{F I})$$

Zur Festlegung dienten zwei Fixpunkte, Ra E mit der damals angenommenen, im magnetischen Spektrographen gemessenen Maximalenergie von 1,07 MeV¹⁵ und Ra C mit der ebenso gemessenen Maximalenergie von 3,15 MeV¹⁶. Von beiden β -Spektren hat Feather die zugehörige maximale Reichweite mit dem Elektroskop gemessen und die Werte 0,475 und 1,54 g/cm^2 gefunden, die, mit den Energien kombiniert, die genannte Formel ergeben.

Die oben bezeichneten Schwierigkeiten der Festlegung der maximalen Reichweite brachten es mit sich, daß andere Autoren andere Konstanten vorschlugen. So erhielten Widdowson u. Chamm-

¹³ G. v. Droste, Z. Physik **84**, 17 [1933].

¹⁴ N. Feather, Physic. Rev. **35**, 1559 [1930].

¹⁵ E. Magdwick, Proc. Cambridge philos. Soc. **23**, 982 [1927].

¹⁶ R. W. Gurney, Proc. Roy. Soc. [London] (A) **109**, 540 [1925].

pion¹⁷ im Jahr 1937 etwas andere Reichweiten, mit denen sie die Beziehung

$$R = 0,536 E - 0,165$$

erhielten. Eine darauf von Feather¹⁸ unternommene Neubestimmung der Konstanten führte zu dem Wert $R = 0,476 \text{ g/cm}^2$ und bei Verwendung des UX als zweitem Eichpunkt $R = 1,11 \text{ g/cm}^2$. So ergab sich mit einem verbesserten Energiewert von 1,17 MeV für Ra E¹⁹ und der inzwischen bestimmten Maximalenergie des UX von 2,33 MeV¹⁹, die zweite Feathersche Formel

$$R = 0,543 E - 0,160, \quad (\text{F II})$$

die allgemein angenommen wurde und als Grundlage für zahlreiche Auswertungen von Reichweiten gedient hat. Doch unterliegt es wohl keinem Zweifel, daß die zweite Feathersche Formel etwas Verbesserungsbedürftig ist insofern, als die Reichweite des Ra E tatsächlich höher ist als die von Feather angenommene. Messungen von Baschwitz²¹ ergaben $0,520 \text{ g/cm}^2$, während Bleuler und Zünti²⁰ $0,512 \text{ g/cm}^2$ fanden. Die letztgenannten Verfasser haben eine sorgfältige Prüfung der Featherschen Beziehungen vorgenommen und aus den Reichweiten des Ra E, ^{32}P ($0,815 \text{ g/cm}^2$ bei 1,72 MeV) und UX ($1,168 \text{ g/cm}^2$) folgende Beziehung ermittelt:

$$R = 0,571 E - 0,161.$$

Doch scheint es, als hätten Bleuler und Zünti, die mit sehr starken Präparaten Absorptionen bis zu 10^{-5} der Anfangsaktivität messen konnten, die Reichweiten deshalb größer bestimmt, als dies bei den üblichen Versuchen der Fall ist. Um weitere Anhaltspunkte für die Auswahl der zugrunde zu legenden Reichweiten zu erhalten, wurden in der vorliegenden Arbeit auch die Reichweiten von reinem Ra E und UX möglichst genau gemessen. Als Nachweisinstrument diente ein Messingzählrohr mit einem großen Glimmerfenster genau bekannter Dicke, der Präparatabstand betrug 11 mm, als Absorber dienten ebene Aluminiumfolien. Die Messungen ergaben als maximale Reichweite für Ra E

$$R = 0,505 \pm 0,005 \text{ g/cm}^2$$

und für UX

$$R = 1,11 \pm 0,01 \text{ g/cm}^2.$$

¹⁷ Widdowson u. Champion, Proc. phys. Soc. **50**, 185 [1938].

¹⁸ A. Flammersfeld, Z. Physik **112**, 727 [1939].

	Ra E in g/cm^2	UX ₂ in g/cm^2
Feather II	0,476	1,11
Baschwitz	0,52	0,95
Bleuler und Zünti	0,512	1,168
Flammersfeld	0,505	1,11

Tab. 1. Neuere Bestimmungen der maximalen Reichweite von Ra E und UX₂.

Eine Übersicht über die neueren Messungen gibt Tab. 1, aus der hervorgeht, daß der Wert $R = 0,476$ für die Reichweite des Ra E, der der Featherschen Formel zugrunde liegt, als zu niedrig betrachtet werden muß, während der Wert $R = 1,11$ für UX als richtig angesehen werden kann. An der Featherschen Formel ist also eine leichte Modifikation anzubringen, die die verbesserte Ra E-Reichweite berücksichtigt. (Es ergibt sich $R = 0,526 E - 0,110$ in Annäherung an die erste Feathersche Formel.) Doch sei noch einmal betont, daß ja der erhaltene Wert der maximalen Reichweite etwas von der Genauigkeit der Messung abhängen muß und daß daher die Änderungen, die die einzelnen Autoren vorschlagen, von der speziellen Versuchsanordnung und Auswertung abhängen dürfen und nicht immer generell von Bedeutung zu sein brauchen. Man kann zumindest einen Teil der Abweichungen, die die vielen vorgeschlagenen Formeln zeigen, als Maß für die der Absorptionsmethode innewohnende Ungenauigkeit betrachten. Bei der Anwendung der Formeln wird es immer zweckmäßig sein, einige Eichpunkte mit gut bekannten β -Spektren aufzunehmen, die mit den zu untersuchenden nach Möglichkeit übereinstimmen.

Reichweiten im Gebiet 0 bis 0,7 MeV. Für die Zwecke der Erforschung von Isomeren werden in zunehmendem Maße die Reichweiten von Elektronen mit Energien der Größenordnung 100 KeV benötigt, und da die Feathersche Formel unterhalb 0,7 MeV versagt, ist die Auswertung der zugehörigen Reichweiten schwierig und mußte bisher nach den älteren Messungen der praktischen Reichweite erfolgen. Man ist bei der Benutzung der Schonlandschen und Varderschen Werte auf graphische Auswertung angewiesen, die infolge der Streuung der einzelnen Meßpunkte unsicher ist. Außerdem bestehen natürlich

¹⁹ Ward u. Gray, Canad. J. Res. (A) **15**, 42 [1937].

²⁰ E. Bleuler u. W. Zünti, Helv. Physica Acta **19**, 137 [1946].

noch gewisse Bedenken, die praktischen Reichweiten von Elektronen homogener Geschwindigkeit in Verbindung zu bringen mit den maximalen Reichweiten eines β -Spektrums. Hinzu kommt noch, daß die (Varderschen) Werte der praktischen Reichweite im Gebiet von 0 bis 50 KeV fast vollkommen übereinstimmen mit den von v. Droste¹³ gemessenen bzw. zusammengestellten wahren Reichweiten, so daß die praktischen Reichweiten in diesem Gebiet offenbar zu groß gemessen worden sind und keine Anwendung auf die maximalen Reichweiten finden dürfen. Zusammen

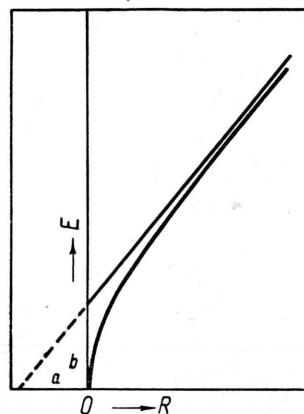


Abb. 2. Die Feathersche Gerade als Asymptote einer Hyperbel.

genommen bedeutet dies, daß die genannten Messungen nur als erste Orientierung für den Verlauf der maximalen Reichweite im interessierenden Energiegebiet dienen können.

Es wurde daher im folgenden versucht, neue Messungen der maximalen Reichweite unterhalb 0,7 MeV durchzuführen

und die Ergebnisse mit Hilfe einer Formel darzustellen, die beide Grenzfälle, nämlich das quadratische und das lineare Gebiet, enthalten und auch für das Zwischengebiet brauchbar sein sollte. Dabei wurde folgendermaßen verfahren: Abb. 2 zeigt den Zusammenhang zwischen E und R nach der Featherschen Formel. Extrapoliert man zur Reichweite Null, so schneidet die Feathersche Gerade die E -Achse bei dem endlichen Wert b , was natürlich sinnlos ist und das Versagen der Featherschen Formel bei kleinen Energien bedeutet. Es lag nun nahe, eine Kurve zu versuchen, die bei $E = 0$ und $R = 0$ die quadratische Abhängigkeit zeigt und bei den großen Energien in die lineare Beziehung übergeht. Als einfachste solcher Kurven bietet sich die Hyperbel, die durch den Nullpunkt geht und die die Feathersche Gerade zur Asymptote hat. Diese Hyperbel ist durch die Achsenabschnitte a auf der R -Achse und b auf der E -Achse der Asymptote bestimmt und ihre Gleichung lautet:

$$\frac{(R + a)^2}{a^2} - \frac{E^2}{b^2} = 1,$$

oder nach E aufgelöst:

$$E = \frac{b}{a} \sqrt{R^2 + 2aR}. \quad (2)$$

Zuerst sei gezeigt, daß eine Kurve dieser Form das gewünschte Verhalten in den Grenzfällen tatsächlich zeigt. Aus der Umformung

$$E = R \left(\frac{b}{a} \sqrt{1 + \frac{2a}{R}} \right)$$

folgt für große R , d. h. $\frac{a}{R} \ll 1$, $E \approx R + b$, also die lineare Beziehung. Für kleine R ($R \ll 2a$) folgt $R \approx aE^2/2b^2$, also das Whiddingtonsche Gesetz.

Natürlich wird man nicht erwarten dürfen, daß die Feathersche Gerade gleich die richtigen Achsenabschnitte der Hyperbel liefert, denn im Gebiet um 1 MeV weicht die Hyperbel noch merkbar von der Asymptote ab.

Da die Formel das Gebiet kleiner und mittlerer Energie möglichst genau darstellen sollten, wurden die Konstanten a und b besonders im Hinblick hierauf zu bestimmen versucht. Es zeigte sich jedoch, daß gleichzeitig auch das Gebiet bis 3 MeV recht gut dargestellt werden kann. Zur Festlegung der Konstanten standen folgende Daten zur Verfügung:

1. Die Messungen von Varder und Schonland, die nach dem oben Gesagten aber nur als grober Anhalt dienen können.

2. Isomere Atomarten senden häufig Elektronenstrahlung aus, deren Energien in dem hier interessierenden Gebiet liegen. Sind die Energien im magnetischen Spektrographen gemessen und gleichzeitig die Reichweiten bekannt, so können sie zur Bestimmung der Konstanten herangezogen werden. Geeignet sind die zwei angeregten Silberisotope ¹⁰⁷ und bzw. oder ¹⁰⁹Ag* ($T = 44,3$ sec und 39,2 sec), die nach ²¹ Elektronenlinien von 93,5 KeV und 88,4 KeV aussenden. Deren Reichweite in Al beträgt ≈ 11 mg/cm², während nach ²² die Reichweite zu ≈ 9 mg/cm² bestimmt wurde.

3. Ferner stand ⁸⁰Br ($T = 4,4$ h) zur Verfügung, das nach Valley und Mc Creary²³ Elektronenlinien aussendet, deren energiereichste 47,2 KeV

²¹ H. Bradt, P. C. Gugelot, O. Huber, H. Medicus, P. Preiswerk, P. Scherrer u. R. Steffen, Helv. physica Acta **19**, 218 [1946]; **18**, 351 [1945].

²² A. Flammersfeld, Z. Naturforschg. **1**, 3 [1946].

²³ G. E. Valley u. R. L. Mc Creary, Physic. Rev. **56**, 863 [1939].

besitzt. Durch Bestrahlen einer größeren Menge KBrO_3 mit langsamen Neutronen und Abtrennen des aktiven Broms konnte ein starkes Präparat für die Reichweitenbestimmung erhalten werden²⁴. Die Reichweite ergab sich zu $2,7 \pm 0,3 \text{ mg/cm}^2$.

4. ^{64}Cu ($T = 12,8 \text{ h}$) sendet außer Positronen ein β -Spektrum der Maximalenergie 0,580 MeV aus²⁵. Deren Reichweite ergab sich zu $0,216 \text{ g/cm}^2$ ²⁴.

5. bis 7. Als weitere Fixpunkte für die größeren Energien wurden wie üblich Ra E mit den neuen Werten, UX und Ra C verwendet.

Aus den angeführten Daten lassen sich als zur Zeit beste Werte der Konstanten a und b die folgenden ermitteln: $a = 0,11 \text{ g/cm}^2$ und $b = 0,211 \text{ MeV}$. Damit erhält die vorgeschlagene Formel folgende Zahlen:

$$E = 1,92 \sqrt{R^2 + 0,22 R} \quad \left(\begin{array}{l} E \text{ in MeV} \\ R \text{ in g/cm}^2 \end{array} \right). \quad (3)$$

Diskussion. Den Verlauf der Energie E als Funktion der maximalen Reichweite R gemäß Formel (3) zeigt die ausgezogene Kurve der Abb. 3. Die Kreise stellen die verwendeten Fixpunkte 2 bis 6 dar, die ausgezeichnet auf der Kurve liegen. Zum Vergleich sind in der Abb. 3 noch verschiedene Geraden eingezeichnet. Die gestrichelte Ge-

Isotop	Energie MeV (spektrographisch)	R (g/cm ²)	Energie MeV berechnet nach (3)
$^{80}\text{Br}^*$	0,047	0,0027	0,047
$^{107, 109}\text{Ag}^*$	0,094	0,011	0,097
		0,009	0,088
^{64}Cu	0,580	0,216	0,590
Ra E	1,17	0,505	1,16
UX ₂	2,33	1,11	2,33
Ra C	3,15	1,54	3,16

Tab. 2. Vergleich der Eichpunkte mit Formel (3).

rade stellt die Verbindungslinie der beiden Fixpunkte Ra E und UX, also die mit den neuesten Werten verbesserte Feather'sche Gerade dar. Wie aus der Darstellung hervorgeht, sind die Abweichungen von der Linearität etwa unterhalb 0,7 bis 0,8 MeV merkbar. Die strichpunktierte Kurve entspricht der Feather'schen Formel (F II), die wegen der veränderten Ra E-Reichweitenwerte ziemliche Abweichungen zeigt. Die punktierte Kurve entspricht der Änderung von Bleuler und Zünti (BZ), die besonders wegen der anderen UX-Reichweite eine abweichende Neigung zeigt. Einen genaueren Vergleich zwischen der nach Formel (3) aus der Reichweite berechneten und der im Spektrographen gemessenen Energie gestattet noch Tab. 2, deren erste Spalte das zur Eichung benutzte radioaktive Isotop und deren zweite Spalte die spektrographisch ermittelte maximale Energie der ausgesandten Elektronen enthält. Spalte 3 gibt die Reichweiten in g/cm² und Spalte 4 die nach Formel (3) aus der Reichweite errechnete Energie, die mit der in Spalte 2 ausgezeichnet übereinstimmt.

Zur Zeit, solange keine weiteren Eichpunkte im Gebiet kleiner Energien verfügbar sind, scheinen also die vorgeschlagenen Zahlenwerte (3) ausreichende Genauigkeit zu geben. Zusammenfassend lässt sich sagen, daß die Beziehung (3) die maximale Energie als Funktion der maximalen Reichweite im Gebiet von 0 bis 0,8 MeV vorzüglich darstellt und darüber hinaus im ganzen Gebiet von 0 bis 3 MeV die brauchbarste von allen ähnlichen Formeln sein dürfte.

²⁴ Für die Herstellung des ^{80}Br -Präparates bin ich Hrn. Dr. W. Seelmann-Eggebert, für ein starkes gewichtsloses ^{64}Cu Hrn. Dr. W. Herr sehr zu Dank verpflichtet.

²⁵ A. W. Tyler, Physic. Rev. **56**, 125 [1939]; A. A. Townsend, Proc. Roy. Soc. [London] (A) **177**, 357 [1941].

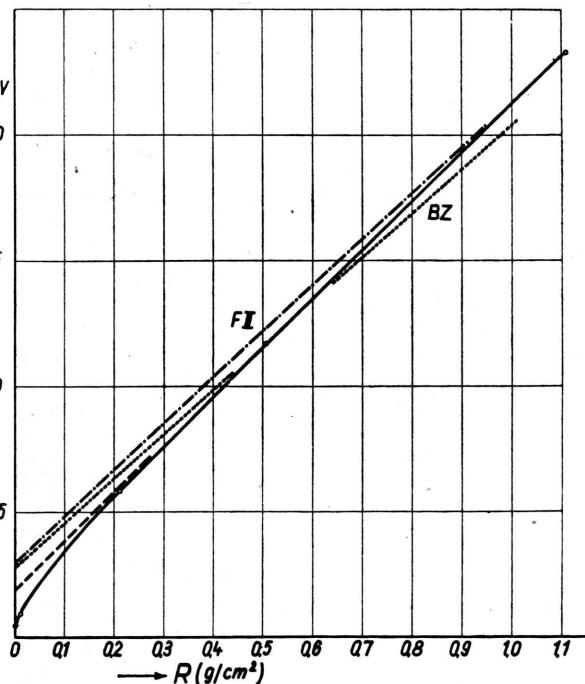


Abb. 3. Ausgezogene Kurve: Maximalenergie als Funktion der „maximalen Reichweite“ nach Formel (3). F II dasselbe nach Feather, BZ dasselbe nach Bleuler und Zünti. Kreise: Eichpunkte.